Simanto's Law©

সূচকীয় পরিবর্তনের একটি সার্বজনীন গানিতিক কাঠামো

❖ **মৌলিক ধারণা ঃ** প্রকৃতিতে ***তেজস্ক্রিয় ক্ষয়, জনসংখ্যা বৃদ্ধি বা মূলধন হ্রাস*** এর মতো প্রতিক্রিয়াগুলো রৈখিকভাবে ঘটে না। বরং ***এই প্রক্রিয়াগুলো একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর সর্বদা একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে পরিবর্তিত হয়***। এই পরিবর্তনের অনুপাত এবং সময়ের মধ্যকার সম্পর্ককে একটি সুনির্দিষ্ট গাণিতিক কাঠামোতে আনাই এই সূত্রের মূল লক্ষ্য।

❖ **কেন এই সূত্রটি অনন্য ঃ** প্রচলিত সূত্রের $(\mathrm{N} = \mathrm{No.}\, \mathrm{e}^{-\lambda t})$চেয়ে এই সূত্রটি কেন বেশি কার্যকর তার প্রধান বৈশিষ্ট্যসমূহ :

i. **পরিবর্তনযোগ্য ভিত্তি:** প্রচলিত সূত্রে সর্বদা e বা 10 এ সীমাবদ্ধ থাকে। কিন্তু এই সূত্রে সমস্যার ধরণ ও ডাটা অনুযায়ী ভিত্তি (x) পরিবর্তন করা যায় (যেমন: অর্ধেক হলে $x = 0.5,$ আর 10% বৃদ্ধি পেলে $x = 1.1$) এটি গাণিতিক মডেলিংকে অবিশ্বাস্যভাবে নমনীয় করে তোলে।

ii. **সরাসরি সমাধান :** প্রচলিত পদ্ধতিতে প্রথমে ক্ষয় ধ্রুবক (λ) বা বৃদ্ধির হার (k) বের করতে হয়। এই সূত্রটি সেই মধ্যবর্তী ধাপটি সম্পূর্ণ এড়িয়ে সরাসরি সময়ের ফলাফল দেয়, যা সময় সাশ্রয়ী। প্রথম ক্রম বিকিয়ায় হার ধ্রুবকের রাশিমালা (k), t বের করতেও সূত্রটি ব্যবহার করা যায়। এই সূত্রের সুবিধা হলো, T নির্ণয়ে λ এর মান নির্ণয় প্রয়োজন হয় না। এখানে সবচেয়ে বড় সুবিধা হলো সরল লগারিদমের ব্যবহার। সরল বড় লগারিদমের ব্যবহারের ফলে অনেক সমস্যা সহজে হাতে কলমে বা মুখেই করা যায়। আর নিখুঁত মান পাওয়া যায়।

iii. **সার্বজনীন প্রয়োগ:** এটি পদার্থবিজ্ঞান, জীববিদ্যা, অর্থনীতি এবং প্রকৌশল বিদ্যার জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে সমানভাবে প্রযোজ্য।

SIMANTO'S LAW

- **বিজ্ঞানী রাদারফোর্ড ও সডির তেজস্ক্রিয় ক্ষয়ের হিসাবের জন্য আবিষ্কৃত সূত্রটি হলো:**

$$(N = N_o . e^{-\lambda t})$$

$T = t_x . \log_x \left(\frac{N}{N_o}\right)$ সূত্রটি গাণিতিক প্রতিপাদনের মাধ্যমে দেখানো হলো:

➢ **রাশি ও পদের পরিচিত ঃ**

- **No (আদি পরিমাণ) :** যেখান থেকে গণনা শুরু হয়।

সংজ্ঞা: গাণিতিক হিসাব বা পর্যবেক্ষণ যে সময় থেকে শুরু হয়, সেই মুহূর্তে সংশ্লিষ্ট বস্তুর বা রাশির যে পরিমাণ থাকে, তাকে আদি পরিমাণ বা No বলে।

উদাগরণ : শুরুতে কোনো পদার্থের ভর ছিল 100gm, তাহলে , No=100gm

- **N (শেষ পরিমাণ):** নির্দিষ্ট সময় পর যা অবশিষ্ট থাকে বা অর্জিত হয়।

সংজ্ঞা: একটি নির্দিষ্ট সময় অতিবাহিত হওয়ার পর বস্তু বা রাশির যে পরিমাণ অবশিষ্ট থাকে বা অর্জিত হয়, তাকে শেষ পরিমাণ (ক্ষয়ের ক্ষেত্রে বা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে) N বলে।

উদাহরণ: ১ বছর পর পদার্থটি 80gm হয়ে গেলে, N= 80gm

- t_x **(রেফারেন্স সময় বা নির্দিস্ট সময় ব্যবধান):** যে নির্দিষ্ট সময় পর পর রাশিটির পরিবর্তন ঘটে।

সংজ্ঞা: যে সুনির্দিষ্ট সময় পরপর সংশ্লিষ্ট রাশিটি একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে পরিবর্তিত হয়, তাকে রেফারেন্স সময় বলে। এটি প্রশ্নের দেওয়া তথ্যের উপর নির্ভর করে।

SIMANTO'S LAW

উদাহরণ: যদি বলা হয় প্রতি ৫ বছরে জনসংখ্যা দ্বিগুণ হয়, তবে এখানে $t_x = 5$ বছর।

- x (পরিবর্তনের হার বা গুণিতক ভিত্তি): t_x সময় শেষে আদি পরিমাণের যতটুকু অংশ অবশিষ্ট থাকে বা বৃদ্ধি পায়।

  সংজ্ঞা: একটি নির্দিষ্ট সময় ব্যবধান (t_x) পার হওয়ার পর আদি পরিমাণের যে ভগ্নাংশ বা গুণিতক অবশিষ্ট থাকে বা তৈরি হয়, তাকে x বলা হয়। এটিই প্রতিপাদতের দ্বারা প্রাপ্ত সূত্রের মূল ভিত্তি।

  উদাহারণ:

  - ✓ অর্ধেক হয়ে গেলে $x = 0.5$
  - ✓ 10% কমে গেলে $x = 0.9$
  - ✓ দ্বিগুণ হয়ে গেলে $x = 2$

- **T (মোট অতিক্রান্ত সময়) :** আদি অবস্থা থেকে শেষ অবস্থায় পৌঁছাতে যে সময় লাগে।

  সংজ্ঞা: আদি অবস্থা (N_o) থেকে শেষ অবস্থায় (N) পৌঁছাতে বস্তু বা মোট রাশির যে সময় লাগে, তাকেই T বা মোট অতিক্রান্ত সময় বলে। প্রতিপাদিত সূত্রের মাধ্যমে আমরা মূলত এই মানটিই নির্ণয় করি।

  অর্থাৎ,

  শুরুতে কত ছিল ? $\rightarrow N_o$

  শেষে কত ছিল ? $\rightarrow N$

  কতক্ষণ পরপর পরিবর্তন ঘটে ? $\rightarrow t_x$

  সেই পরিবর্তনের পর কতটুকু টিকে থাকে বা কতগুণ হয়? $\rightarrow x$

  শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত মোট কত সময় লাগলো ? $\rightarrow T$

SIMANTO'S LAW

গাণিতিক প্রতিপাদন ও প্রমাণ:

ধরি,

কোনো একটি রাশির আদি পরিমাণ $= N_o$

শর্তানুসারে,

প্রতি t_x সময় পরপর রাশিটি তার আগের অবস্থার x গুন হয়ে যায়।

ধাপ- ১: সময় যখন $t = t_x$, তখন রাশির পরিমাণ, $N_1 = N_o.x^1$

ধাপ- ২: সময় যখন $t = 2t_x$, তখন রাশির পরিমাণ, $N_2 = (N_o.x)x = N_o x^2$

ধাপ- ৩: সময় যখন $t = 3t_x$, তখন রাশির পরিমাণ, $N_3 = N_o.x^3$

ধাপ- ৪ (সাধারণীকরণ): এভাবে চলতে থাকলে, যদি মোট সময় T হয় এবং এই সময়ের মধ্যে t_x সময়কালটি মোট n বার আবর্তিত হয়।

সুতরাং, $\boldsymbol{n = \frac{T}{t_x}}$

T সময় শেষে চূড়ান্ত পরিমাণ তখন রাশির পরিমাণ N হবে:

$$N = N_o.x^n$$

বা, $$N = N_o.x^{\frac{T}{t_x}}$$

SIMANTO'S LAW

ধাপ- ৫ (লগারিদমিক রূপান্তর): সমীকরণের উভয় পক্ষকে N_o দিয়ে ভাগ করে পাই:

$$\frac{N}{N_o} = x^{\frac{T}{t_x}}$$

এখানে, T এর মান বের করার জন্য উভয় পক্ষে x ভিত্তিক লগ নিয়ে পাই:

$$\log_x\left(\frac{N}{N_o}\right) = \log_x\left(x^{\frac{T}{t_x}}\right)$$

লগারিদমের সূত্র $\log_a(a^m) = m$ অনুসারে :

$$\log_x\left(\frac{N}{No}\right) = \frac{T}{t_x}$$

ধাপ- ৬ (চূড়ান্ত সূত্র): এখন আর গুণন করে পাই:

$$\boldsymbol{T = t_x.\log_x\left(\frac{N}{N_o}\right)}$$

(প্রমাণিত)

- **λ এবং প্রতিপাদিত সূত্রের মধ্যকার সম্পর্ক প্রতিপাদন:**

আমরা জানি, প্রচলিত তেজস্ক্রীয় ক্ষয় বা সূচকীয় হ্রাসের সূত্রটি হলো :

$$N = N_o.e^{-\lambda t} \dots\dots\dots\dots (i)$$

আবার, আপনার প্রতিপাদিত সূত্র থেকে আমরা পাই

$$N = N_o.x^{\frac{T}{tx}} \dots\dots\dots\dots (ii)$$

SIMANTO'S LAW

এখন সমীকরণ (i) এবং (ii) তুলনা করে পাই,

$$No.e^{-\lambda T} = No.x(\frac{T}{tx})$$

উভয় পক্ষকে No দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$e^{-\lambda T} = x\frac{T}{tx}$$

বা $\log_e e^{-\lambda T} = \log_e x^{\frac{T}{tx}}$

বা, $-\lambda T = \frac{T}{t_x} lnx$

বা, $-\lambda = \frac{lnx}{t_x}$ (উভয় পক্ষকে T দ্বারা ভাগ করে পাই)

বা, $\boldsymbol{\lambda = -\frac{lnx}{t_x}}$

এই প্রতিপাদনের তাৎপর্য :

১. এটি প্রমাণ করে যে আমার সূত্রটি পদার্থবিজ্ঞানের মূল ধারার সূত্রের সাতে পুরোপুরি সামঞ্জস্যপূর্ণ।

২. এই সূত্রে ব্যবহৃত ভিত্তি (x) এবং সময় ব্যবধান (tx) জানলে যে কেউ সরাসরি ক্ষয় ধ্রুবক (λ) বের করতে পারবে।

৩. যদি ক্ষয় ঘটে, তবে $x < 1$, ফলে lnx এর মান ঋণাত্মক আসবে ফলে λ এর মান ধনাত্মক হয়ে যাবে।

SIMANTO'S LAW

সূত্রের (বিভিন্ন ক্ষেত্রে) প্রয়োগ:

➢ ঔষধের কার্যকারিতা:

ধরি, একটি ঔষধের কার্যকারিতা ২ ঘন্টায় অর্ধেক হয়ে যায়। যদি শরীরে 1000 Unit ঔষধ দেওয়া হয়তবে কখন মাত্র 125 Unit অবশিষ্ট থাকবে ?

$$T = t_{\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{N}{N_o}\right) = 2\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{125}{1000}\right) = 6\ Hours$$

➢ অরণ্যে গাছের সংখ্যা কমে যাওয়া:

ধরি, জলবায়ু পরিবর্তনের কারণে একটি বনের গাছ প্রতি 10 বছরে তার আগের সংখ্যার এক তৃতীয়াংশ হয়ে যাচ্ছে।

শুরুতে বনের গাছের সংখ্যা ছিল 27000, কত সময় পর 3000 হবে ?

$$\rightarrow T = 10\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{3000}{27000}\right) = 20 \text{ বছর}$$

➢ শেয়ারবাজারের পতন:

শেয়ার বাজারে যখন কোনো বড় ধস নামে, তখন অনেক সময় দেখা যায় যে স্টক দাম একটি নির্দিষ্ট হারে কমে।

ধরি, একটি স্টকের দাম প্রতি ৫ দিনে তার আগের দামের ১০ শতাংশে নেমে আসছে। স্টকের দাম ১০০ টাকা হতে ১ টাকায় নামতে কত সময় লাগবে?

$$T = 5\log_{\frac{1}{10}}\left(\frac{1}{100}\right) = 10\ Days$$

SIMANTO'S LAW

- একটি বিশাল সেতুর পিলারে ব্যবহৃত বিশেষ ধরনের কংক্রিটের শক্তি পরীক্ষার পর দেখা গেল যে, প্রতি 20 বছর অন্তর এর শক্তি আগের চেয়ে 90 শতাংশে নেসে আসে।
  যদি ব্রিজটি নির্মাণের সময় কংক্রিটের আদি শক্তি $50MPa$। তবে কত বছর পর এর শক্তি কমে $45MPa$ হবে?

  $$\rightarrow T = t_{90\%} \times \log_{90\%}\left(\frac{40.5}{50}\right) = 20 \times \log_{90\%}\left(\frac{40.5}{50}\right) = 40\ years$$

- একটি জলবিদ্যুৎ কেন্দ্রের বাঁধের মাটির উপরিভাগ পানির স্রোতের কারণে ধীরে ধীরে ক্ষয়ে যাচ্ছে। ইঞ্জিনিয়াররা লক্ষ্য করলেন যে, প্রতি 5 বছর পর বাঁধের মাটির স্থায়িত্ব বা পুরুত্ব তার আগের পুরুত্বের অর্ধেক হয়ে যায়।
  যদি বাঁধটি আদি পুরুত্ব $32m$ হয়, তবে কত সময় পর এর পুরুত্ব কমে মাত্র $4m$ হবে?

  $$\rightarrow T = t_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{4}{32}\right) = 15\ years$$

- একটি তেজস্ক্রিয় আইসোটোপের অর্ধায়ু হলো $12.5\ Hours$। যদি শুরুতে ঐ আইসোটোপের 500 টি পরমাণু থাকে তবে কত সময় পর ঐ পাত্রে মাত্র 15.625 টি পরমাণু অবশিষ্ট থাকবে?

  $$\rightarrow T = t_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{N}{N_o}\right)$$

  $$= 12.5 \times \log_{\frac{1}{2}} \frac{15.625}{500}$$

  $$= 62.5\ Hours$$

SIMANTO'S LAW

➢ কোনো তেজস্ক্রিয় পদার্থ 10 বছরে 13% কমে, তবে 80% কমতে কত সময় লাগবে?

$\rightarrow x = (100 - 13)\% = 87\%$

$\frac{N}{N_o} = (100 - 80)\% = 20\%$

$t_{\frac{1}{2}} = 10\ years$

$T = t_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{x}} \left(\frac{N}{N_o}\right)$

$= 10 \log_{87\%}(20\%)$

$= 115.57\ Years$

➢ একটি বিশেষ প্রজাতির ব্যাকটেরিয়া প্রতি $4Hours$ -এ 15% হারে বৃদ্ধি পায়। শুরুতে 5000 টি ব্যাকটেরিয়া থাকলে কত সময় পর সেখানে মোট 50000 টি ব্যাকটেরিয়া হবে?

$\rightarrow x = (100 + 15)\%$ $\quad N_o = 5000$ টি

$t_{115\%} = 4\ Hours$ $\quad N = 50000$ টি

$T = t_x \log_x \left(\frac{N}{N_o}\right)$

$t_{115\%} \log_{115\%} \left(\frac{50000}{5000}\right) = 4 \log_{115\%} \left(\frac{50}{5}\right)$

$= 65.9\ Hours$

SIMANTO'S LAW

➢ Ra^{226} এর অর্ধায়ু 1620 বছর। প্রতি সেকেন্ডে এক গ্রাম Ra^{226} হতে কতগুলো পরমাণু ভাঙতে থাকবে?

$\rightarrow x = \frac{1}{2}$

$t_x = t_{\frac{1}{2}} = 1620 years = (1620 \times 365 \times 24 \times 3600) sec$

$\lambda = \frac{-lnx}{t_x} = \frac{-ln\frac{1}{2}}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{ln2}{(1620 \times 365 \times 24 \times 60^2)} = 1.35 \times 10^{-11} s^{-1}$

এক গ্রাম পরমাণুর সংখ্যা, $N = \frac{1 \times N_A}{22} = 2.66 \times 10^{21}$

$\therefore \lambda N = (1.35 \times 10^{-11} \times 2.66 \times 10^{21})$ টি

$= 3.61 \times 10^{10}$ টি

➢ $^{224}_{82}Pb$ এর অর্ধায়ু 26.8 মিনিট। এর কী পরিমাণ ভর হতে এক কুরী তেজস্ক্রিয়তা পাওয়া যাবে?

$\rightarrow x = \frac{1}{2}$

$t_{\frac{1}{2}} = 26.8\, min = (26.8 \times 60) sec$

$\lambda = \frac{-lnx}{tx} = \frac{ln2}{26.8 \times 60} = 4.31 \times 10^{-4}$

আমরা জানি, 1 কুরী $= 3.7 \times 10^{10} \quad decay/sec$

ধরি, m $gm\ Pb$ হতে 1 কুরী তেজস্ক্রিয়তা পাওয়া যায়।

SIMANTO'S LAW

m gm ^{224}Pb -এ পরমাণু সংখ্যা,

$$N = \frac{N_A m}{224}$$

তেজস্ক্রিয়তা, $A = \lambda N$

$$\Rightarrow N = \frac{A}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{N_A m}{224} = \frac{A}{\lambda}$$

$$\Rightarrow m = \frac{224A}{\lambda N_A}$$

$$= \frac{224 \times 3.7 \times 10^{10}}{4.31 \times 10^{-4} \times 6.023 \times 10^{23}}$$

$$= 3.19 \times 10^{-8} gm$$

SIMANTO'S LAW

➢ প্রতিগ্রাম ^{226}Ra প্রতি সেকেন্ডে 3.5×10^{10} আলফা কণা নিঃসরণ করে। ^{226}Ra এর অর্ধায়ু কত ?

$\rightarrow A = \lambda N$

$3.5 \times 10^{10} = \lambda N$

$\therefore \lambda = 1.31 \times 10^{-11} sec^{-1}$

$x = \frac{1}{2}$

$$t_x = t_{\frac{1}{2}}$$

$$\lambda = 1.31 \times 10^{-11}$$

$$\lambda = \frac{-lnx}{tx} = \frac{ln2}{t_{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{ln2}{\lambda} = 5.29 \times 10^{10} sec$$

$$= 1677.4479\ years$$

সমাপ্ত

PRESENTED BY-

Md. Shahriar Islam Simanto

Student of Major General Mahmudul Hasan Adarsha College

Class: XI ; Roll: 1202526010574

Group: Science

Mobile: 01913406254

SIMANTO'S LAW

SIMANTO'S LAW